

# INTERACCIÓN DEL SUELO, CIMIENTO Y ESTRUCTURA: EL CASO DE LAS ZAPATAS (1ª PARTE)

(INTERACTION OF SOIL, FOUNDATIONS AND STRUCTURE: THE CASE OF ISOLATED FOUNDATIONS, PART 1)

Manuel J. Freire Tellado, Arquitecto  
Dpto. de Tecnología de la Construcción. Univ. de A. Coruña

Fecha de recepción: 9-VII-2000  
400-36

## RESUMEN

*El artículo defiende la mejora de los modelos de cálculo de estructuras introduciendo el conjunto suelo-cimiento. Seguidamente se plantea la modelización del terreno, recurriendo para ello al método del módulo de balasto, explicando su aplicación al cálculo matricial.*

*En la segunda parte del artículo se aplica este modelo a una serie de pórticos planos correspondientes a diversos tipos estructurales con zapatas aisladas y se estudian las consecuencias de la variación de determinados parámetros. Las conclusiones obtenidas resultan especialmente sorprendentes en lo referente a los pórticos tipo nave y a las vigas centradoras.*

## SUMMARY

*This paper proposes the improvement of the structural analysis models introducing both soil and foundation in the model. Next the soil modelling is analyzed, using the model of the coefficient of subgrade reaction for this task. Its application to the matrix analysis is explained, too.*

*At last, in the second part, the proposed model is applied to a number of plane frames belonging to various structural types with isolated foundations. The results derived from the variation of certain parameters are carefully studied. The conclusions concerning industrial premises frames and centering beams are specially surprising.*

## Introducción

Este artículo es el primero de un conjunto de dos en los que se analizan los resultados de diversos modelos de cálculo de estructuras en los cuales se ha incorporado la representación del terreno y de la cimentación conjuntamente con la parte del esqueleto resistente que tradicionalmente se conoce como estructura -o, en algunos casos, como superestructura-. Se recurre a la división en dos partes para mantener la extensión del texto dentro de los límites de un artículo, partes que se corresponden con la exposición de las bases del método, parte primera, reservando la segunda al relato de los análisis efectuados y a las conclusiones que se derivan. El índice general del conjunto es el siguiente:

### Primera Parte

Estructuras de edificación, cimientos y terreno.

Planteamiento del problema.  
El método del coeficiente de balasto.  
Aplicación a la formulación matricial.  
Tipos estructurales y método de análisis.  
Anejo: estudios de interacción.  
Bibliografía.

### Segunda Parte

Análisis desarrollado:  
  
Pórtico tipo colegio sobre viga flotante.  
Pórtico metálico de 20 m de luz sobre zapatas.  
Estudio de la zapata de medianería.  
  
Conclusiones.  
Bibliografía.

### Estructuras de edificación, cimientos y terreno

El proceso de análisis convencional del esqueleto resistente de una edificación empieza por el estudio de la estructura, normalmente supuesta empotrada en la cimentación. Posteriormente, una vez obtenidas las acciones que el edificio transmite a la cimentación, se realiza el dimensionado de ésta, comprobando, en primer lugar, que las tensiones transmitidas sean admisibles para el terreno y realizando, seguidamente, las comprobaciones pertinentes a la estructura de cimentación. Las etapas señaladas son estancas: la cimentación recibe de la superestructura unos esfuerzos que ha de aceptar y del suelo una condición de tensión admisible.

Frente a unos sistemas de análisis de la superestructura que incorporan elementos muy sofisticados -matriciales 3D, elementos finitos, correcciones por efectos no lineales, efecto P- $\Delta$ , por ejemplo, o incluso cálculos en teoría de segundo orden- en los que se analizan numerosos efectos secundarios, resulta sorprendente la radical simplificación de las condiciones de contorno al suponer -en el ámbito de la edificación convencional-, la estructura empotrada -en ciertos casos articulada- en su enlace con la cimentación. Si todo el análisis estructural se basa en la compatibilidad de desplazamientos entre los diferentes elementos que componen la estructura, al llegar a cimentación esta premisa se olvida y el tratamiento de las partes es totalmente independiente: la tensión admisible se suele tomar igual para todas las piezas sin tener en cuenta que ésta depende también de las dimensiones de aquéllas y se obvian, asimismo, tanto la deformabilidad de la cimentación como el efecto de la compresibilidad del suelo y, por tanto, de los asientos de la edificación.

El planteamiento anterior, con una validez no obstante reconocida, tiene su origen en épocas pasadas, con recursos de cálculo fundamentalmente manuales, en los que el análisis por partes de la estructura era la única forma factible de abordar su tratamiento. Sin embargo, los recursos de cálculo disponibles hoy en día, hacen viable el estudio conjunto de toda la estructura. Hoy es factible abordar el tratamiento analítico global del conjunto estructura-cimiento-suelo, recogiendo las interacciones entre las distintas partes del esqueleto resistente. Es más, tratamientos de este tipo son norma usual en el estudio de presas y grandes obras de ingeniería.

El problema es más cercano de lo que pudiera parecer: la bibliografía da cuenta de cómo la deformación del terreno puede hacer que lo que se ha considerado en el modelo de cálculo un empotramiento se comporte en realidad como algo mucho más parecido a una articulación. La modificación de las condiciones de borde lleva aparejado en ciertos casos -pórticos tipo portería por ejemplo- un notable cambio en las leyes de esfuerzos, debido a que la magnitud de las rotaciones de las piezas que separan el

comportamiento de un tipo apoyo del otro son realmente pequeñas. El conjunto suelo-cimentación repercute de forma considerable en las leyes de esfuerzos de la superestructura, al tiempo que la cimentación es, además, un factor de coste muy importante en el conjunto del edificio. Conseguir que la obra ejecutada se comporte de la forma en que ha sido considerada en cálculo no es en ningún caso un tema menor, y en el que el comportamiento del suelo influye de forma apreciable.

Obviamente en el planteamiento anunciado subyace también la necesidad de introducción de precisión desde el punto de vista conceptual, mejorando la fiabilidad de los resultados obtenidos, por cuanto la consideración de un mayor número de parámetros permite reflejar la situación real de forma más fidedigna, al tiempo que permitiría la reconsideración de los coeficientes de seguridad, con el consiguiente ahorro.

Factor de interés añadido es el estudio de situaciones en las que se producen desviaciones entre el modelo de cálculo convencional y la realidad, como puede ser el caso del equilibrio en zapatas de medianería y esquina. De todo técnico con cierta experiencia en ejecución de obra resultan conocidas las protestas debidas a las dimensiones y armados de las vigas centradoras. Protestas éstas que no tendrían mayor repercusión si no existiesen numerosos casos de zapatas de medianería sin nervio -y a las que, además, no acometen pilares de rigidez suficiente como para garantizar su equilibrio de acuerdo con los estudios teóricos- y que, sin embargo, son perfectamente estables. Esta situación ha llevado a algunas casas de software a proponer valores de 1,10 para el coeficiente de mayoración de acciones en este tipo de elementos. Si bien este valor no resulta acorde con la normativa vigente, no se puede olvidar que la Teoría de Estructuras es, pese a sus importantes recursos matemáticos, una ciencia de carácter experimental.

La cimentación superficial es además la situación que introduce las mayores divergencias con el modelo de cálculo vigente: si en el caso de una cimentación profunda los asientos son prácticamente nulos -se suele buscar un estrato rígido- y la rigidez de los encepados y los elementos estructurales intermedios entre pilares y pilotes garantizan bastante bien la hipótesis de empotramiento, en el caso de las cimentaciones superficiales -especialmente cuando el sistema elegido es de zapatas aisladas-, la rotación de las zapatas y los asientos -totales y diferenciales- experimentados, debidos ambos a la compresibilidad de un terreno con variaciones muy locales, dificultan la aceptación del sistema de cálculo señalado

### Planteamiento de problema

Si bien se acaba de señalar que posiblemente las mayores discrepancias en el análisis conjunto suelo-cimiento-estructura se produzcan en las cimentaciones superficiales, pese a la existencia de un número considerable de estudios

sobre la interrelación suelo-cimiento-estructura, tanto de tipo plano como espacial -véanse las referencias incluidas en el Anejo 1-, la totalidad de los trabajos realizados se aplican a los casos de cimentación por vigas flotantes -los análisis planos- y cimentación por losas -los estudios en 3D-. No se han encontrado referencias de estudios de interacción con sistemas de cimentación formados por zapatas aisladas conectadas mediante nervios, la tipología de cimentación más usual en nuestro entorno. Si bien la razón de esta ausencia es bastante obvia -ya que tanto vigas flotantes como losas de cimentación son soluciones que se emplean con situaciones más críticas, bien por la escasa capacidad portante del terreno bien por la elevada magnitud de las tensiones transmitidas-, la carencia de estudios es especialmente deplorable por cuanto lo común de la solución de zapatas aconseja un mínimo de optimización. Desde esa perspectiva, uno de los puntos tradicionalmente conflictivos en este tipo estructural -y que se desea analizar- es el funcionamiento de las vigas centradoras, su necesidad y comportamiento, desde la constatación experimental de la capacidad de múltiples estructuras para mantenerse en pie pese a carecer de estos elementos.

El análisis bibliográfico ha permitido constatar, asimismo, que las dimensiones de los elementos constitutivos de los modelos distan bastante de ser las usuales en edificación en nuestro país, empleándose escuadras que resultan chocantes en nuestro entorno y que, de este modo, pueden contribuir a enmascarar la comparación intuitiva del comportamiento del modelo analizado con los resultados proporcionados por situaciones más comunes.

Además es norma común en los trabajos citados el desprestigiar el comportamiento del material estructural, que se supone elástico y lineal. Empero, debido a lo reducido de las escuadras empleadas, la estructura se encuentra sometida a tensiones muy altas, que tal vez no permitan una simplificación tan radical.

Los coeficientes de seguridad usualmente empleados en mecánica del suelo se traducen en tensiones que rara vez superan el tercio de la carga de hundimiento del terreno. Se da en ciertos casos la paradoja de adoptar complejos modelos de terreno, mientras que éste está sometido a unos valores tensionales reducidos que no justifican tamaño esfuerzo. Sobre todo cuando en la superestructura se presentan fuertes valores tensionales que se tratan, sin embargo, como situación elástica y lineal. Parece sensato investigar el comportamiento real de la estructura y terreno, verificando las solicitaciones a que realmente están sometidas las piezas y su congruencia con los modelos usuales, dentro de un cierto grado de igualdad en las simplificaciones asumidas en cada caso y antes de cualquier intento de actuar sobre los coeficientes de seguridad.

Es también notable la ausencia de constatación de resultados experimentales de todos los trabajos consultados,

especialmente los que analizan modelos de suelos distintos del desarrollado por Winkler, modelo que si bien cuenta con un cierto aval experimental referido al conjunto edificio-cimentación-terreno, éste es lamentablemente bastante reducido.

No cabe olvidar además la ausencia de capacidad operativa práctica de alguna de las modelizaciones consignadas en la bibliografía, por cuanto la complejidad de su desarrollo las relegan a la esfera de la mera especulación teórica, al menos en la actualidad, aunque el espectacular desarrollo informático hace muy aventurado avanzar cualquier tipo de crítica en este sentido.

El objetivo de estas líneas es proponer y valorar los resultados de un modelo de cálculo de estructuras de edificación que tenga una mejor aproximación a las condiciones de borde reales de las estructuras. Este modelo se ha construido con un método que -se espera- resulte operativo y consecuente con el gran número de elementos y secciones presentes, esto es, compatible con la demanda de economía que impera en toda actividad. El planteamiento busca analizar la repercusión de la modelización del terreno en el dimensionado de los elementos de cimentación, lo que supone una revisión de los métodos clásicos de dimensionado de éstos.

#### El método del coeficiente de balasto

Para ello el primer problema a resolver es la modelización del terreno. Se optó por el método del Módulo de Balasto o modelo de Winkler [01], que parte de la hipótesis de que el asiento producido en un punto mantiene una relación lineal con la presión a la que está sometido el terreno, transmitida por la cimentación. Analíticamente,

$$p = k_s \cdot y$$

donde  $p$  representa la presión transmitida al terreno,  $y$  -ó  $s$ - el asiento experimentado y  $k_s$  el factor de proporción entre ambos, conocido por varios nombres siendo el más aceptado *Coficiente o Módulo de Balasto*, con unidades de  $\text{kg/cm}^3$ .

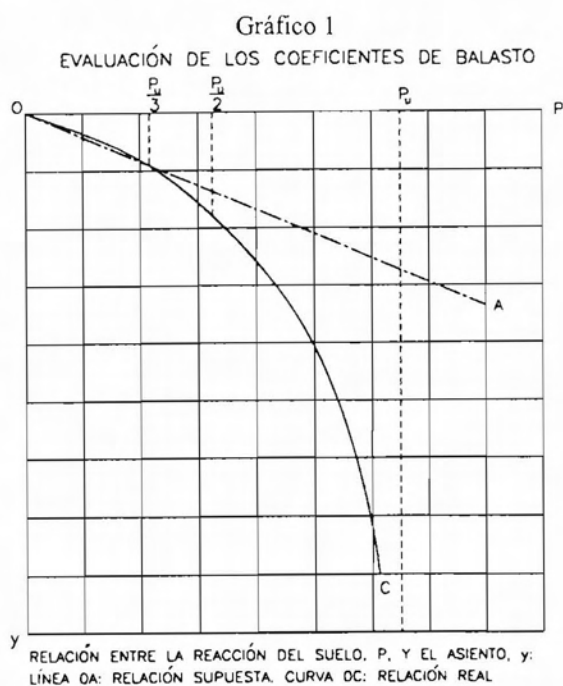
De acuerdo con la ecuación inicial,  $p = k_s \cdot y$ , para los casos de carga lineal  $q$  repartida sobre un ancho  $b$  y para carga concentrada  $P$  actuando sobre una placa de área  $A$ , la formulación se completa como sigue:

$$q = k_s \cdot b \cdot y = k \cdot y \quad P = k_s \cdot A = K \cdot y$$

donde las unidades de  $k$  y  $K$  son variables para permitir la homogeneidad de la fórmula.

Si bien éste es un método que no se ajusta exactamente a la realidad experimental del terreno, con problemas sobradamente conocidos, los resultados que históricamente ha proporcionado están avalados por la experiencia,

factor de considerable importancia en un análisis como el que se aborda en estas líneas. Además, dado el ámbito de este estudio, métodos más precisos como el *modelo hiperbólico* -elástico no lineal- no aportan mayor precisión en los resultados, por cuanto que en edificación convencional, las tensiones transmitidas al terreno no son altas: la tensión admisible engloba un doble factor de seguridad suficiente frente a hundimiento y frente a asientos excesivos. Por esta razón la relación reacción del suelo/ asiento se sitúa en la parte baja de la rama, que es, en todos los modelos propuestos, bien una recta o bien sustituible por una recta sin error apreciable, tal y como se puede apreciar en el Gráfico 1 [03].



El método presenta además la ventaja fundamental de su sencilla implementación informática dado que caracteriza el terreno exclusivamente por el valor de un parámetro, el *módulo de balasto*, independientemente de la formulación que permita su obtención y que varía con el tipo de terreno.

Dentro de las carencias del método se pueden señalar que el módulo de deformación en terrenos es creciente con la profundidad, mientras que el método supone una correlación lineal entre el asiento producido y la tensión con la que reacciona el terreno. Olvida, además, considerar el efecto de la preconsolidación del terreno, en el que para cargas inferiores a la de consolidación el asiento sería despreciable. De hecho los dos rasgos que acabamos de señalar no son más que particularidades de la hipótesis fundamental del método que *considera el terreno como un fluido*, despreciando parámetros tales como el ángulo de rozamiento interno y la cohesión. Esto conduce a la hipótesis fundamental del método: solamente el terreno bajo el cimiento experimenta deformaciones. Y esto, que es una falacia conceptual, tiene sin embargo la importancia que

permite ignorar la superposición de los distintos bulbos de presiones de los cimientos del edificio -o de otros cimientos existentes- proporcionando unos resultados que históricamente han demostrado un grado de fiabilidad aceptable. Fiabilidad que se explica -al menos parcialmente- porque, como es sabido, a una profundidad de  $1,5 \cdot b$  -donde  $b$  es la dimensión del cimiento-, la tensión transmitida al terreno es del orden de  $0,1 \cdot \sigma$ , de forma tal que para las dimensiones de cimientos usuales en cimentación no suele haber problemas de superposición.

Si bien la formulación del método se debe a Winkler, el Método del Módulo de Balasto es conocido también por el nombre de Método de Winkler -ya que fue su introductor en 1867 [01]- y sirvió de base para el clásico estudio de Zimmermann sobre el análisis de rieles de ferrocarril sobre traviesas en 1888 [02], recibió un impulso fundamental con los trabajos de Terzaghi.

De acuerdo con la hipótesis general del método, en pequeñas superficies y para placa circular se introduce la hipótesis de que el coeficiente de balasto es inversamente proporcional al diámetro de la placa empleada:

$$d \cdot k_b = d' \cdot k_b,$$

donde  $d$  y  $d'$  son los diámetros de las placas de ensayo y  $k_b$  y  $k_b'$  son los módulos de balasto correspondientes a éstas. Se admite igualmente que el valor correspondiente a una placa de carga cuadrada equivale al de una placa circular de igual área. Esta hipótesis admite implícitamente que, para el rango de dimensiones de las placas de carga -de 30 a 75 cm- el asiento producido es proporcional al tamaño de la cimentación.

Las relaciones anteriores son especialmente útiles para correlacionar resultados experimentales, normalmente derivados de ensayos realizados con las placas de diámetros normalizados 34 y 75 cm o con placa cuadrada de 30 cm de lado, de tal forma que la expresión anterior se convierte en  $34 k_{34} = 75 k_{75}$  para las placas circulares, admitiéndose además que  $k_{34} = k_{30}$ , siendo este último el valor para la placa cuadrada de lado 30 -lo que implica tener en cuenta la forma de la cimentación-.

A partir de los resultados anteriores, Terzaghi [03] aproximó la variación del asiento ocurrido en las zapatas a partir del experimentado por una placa de carga cuadrada de 30 cm mediante las expresiones siguientes -reescritas para adaptarlas al sistema métrico decimal-:

$$s_c = s_{30} \cdot \frac{b_c}{30} \quad (\text{arcillas duras})$$

$$s_c = s_{30} \left( \frac{2 \cdot b_c}{b_c + 30} \right)^2 \quad (\text{arenas})$$



donde  $s_{30}$  es el asiento experimentado por la placa de 30 cm,  $s_c$  es el asiento del cimiento y  $b_c$  es el ancho del cimiento.

De acuerdo con la ecuación inicial y dado que la presión transmitida es constante, es inmediato obtener las ecuaciones clásicas propuestas por Terzaghi en 1955 [03]:

$$k_c = k_{30} \cdot \frac{30}{b_c} \quad (\text{arcillas duras})$$

$$k_c = k_{30} \left( \frac{b_c + 30}{2 \cdot b_c} \right)^2 \quad (\text{arenas})$$

Posterioros estudios e investigaciones han generalizado y reescrito parcialmente estas expresiones, de tal forma que sus expresiones más conocidas resultan ser [04]

$$k_c = k_0 \cdot \frac{b_0}{b_c} \quad (\text{arenas sueltas o muy sueltas, limos, arcillas})$$

$$k_c = k_0 \left( \frac{b_c + b_0}{2 \cdot b_c} \right)^2 \quad (\text{arenas densas})$$

$$k_c = k_0 \left( \frac{b_c + b_0}{3 \cdot b_c} \right)^2 \quad (\text{arenas compactas})$$

donde  $b_0$  representa el lado de la placa de carga.

Otros autores -[05], pág. 207; [06], pág. 310- recogen además la última de las expresiones de Terzaghi citadas, generalizándola para un cimiento rectangular de proporción y dimensiones cualquiera, expresándola en el sistema internacional de unidades

$$k_c = k_{30} \cdot \frac{2 \cdot \alpha + 1}{3 \cdot \alpha} \cdot \frac{b_{30}}{b_c},$$

$$\text{siendo } \alpha = \frac{l_c}{b_c} \quad (\text{arcillas preconsolidadas})$$

Expresiones que, sin ser las únicas ni las más precisas, sí son las más conocidas para el cálculo del módulo de balasto del cimiento a partir de los valores obtenidos en ensayos de placa de carga. De hecho, hoy en día, existen expresiones más precisas que hacen depender el Coeficiente de Balasto de [07]:

- Módulo de Compresibilidad  $E_s$  bajo el cimiento.
- Forma y dimensiones de la cimentación -rectangular, cuadrada, circular...-

- Proporción entre las dimensiones del cimiento y cargas aplicadas.
- Rigidez Relativa del cimiento.
- Nivel de Cargas: Cargas Vivas/ Cargas Muertas

### Aplicación a la formulación matricial

En las figuras del Gráfico 2 se muestra el proceso básico de idealización [08] del terreno desde la situación real hasta el esquema de cálculo simulando el efecto del terreno mediante un conjunto de muelles.

Básicamente este proceso consiste en la sustitución del continuo del suelo por un conjunto de apoyos elásticos suficientemente próximos. Para ello se divide el terreno en una serie de fragmentos de ancho igual al del cimiento -en consonancia con las hipótesis del método del módulo de balasto- y paso a conveniencia, sin temor a cometer un grave error si se asegura que la discretización sea lo suficientemente tupida. De esta forma se ha idealizado la pieza, realmente apoyada sobre un medio elástico continuo, como un elemento apoyado en un número finito de apoyos elásticos. Seguidamente se evalúa la capacidad resistente de cada una de las porciones de terreno así definidas y se representa por un muelle -esto es, un elemento con reacción exclusivamente vertical-.

El paso siguiente es introducir los muelles así definidos en la formulación matricial, consiguiendo que la respuesta del terreno sea exclusivamente vertical. Esto se puede realizar, si el programa lo permite, introduciendo la constante de muelle para cada apoyo. Pero, en nuestro caso, el programa disponible, un matricial convencional, no ofrecía esta posibilidad. Por ello se ha tenido que representar cada uno de los apoyos elásticos por una barra, asegurando la reacción de ésta en dirección vertical. Estas barras se conocen como *barras ficticias*.

Como es sabido, en la formulación matricial una barra queda representada por su matriz de rigidez. De esta matriz depende el comportamiento resistente de la barra. Dos factores resultan determinantes: la *rigidez axil de la pieza* y la *rigidez a flexión*.

La primera de ellas tiene una expresión del tipo  $\frac{E \cdot A}{l}$ ; la

segunda es de la forma  $\frac{E \cdot I}{l}$  si se desprecia la influencia

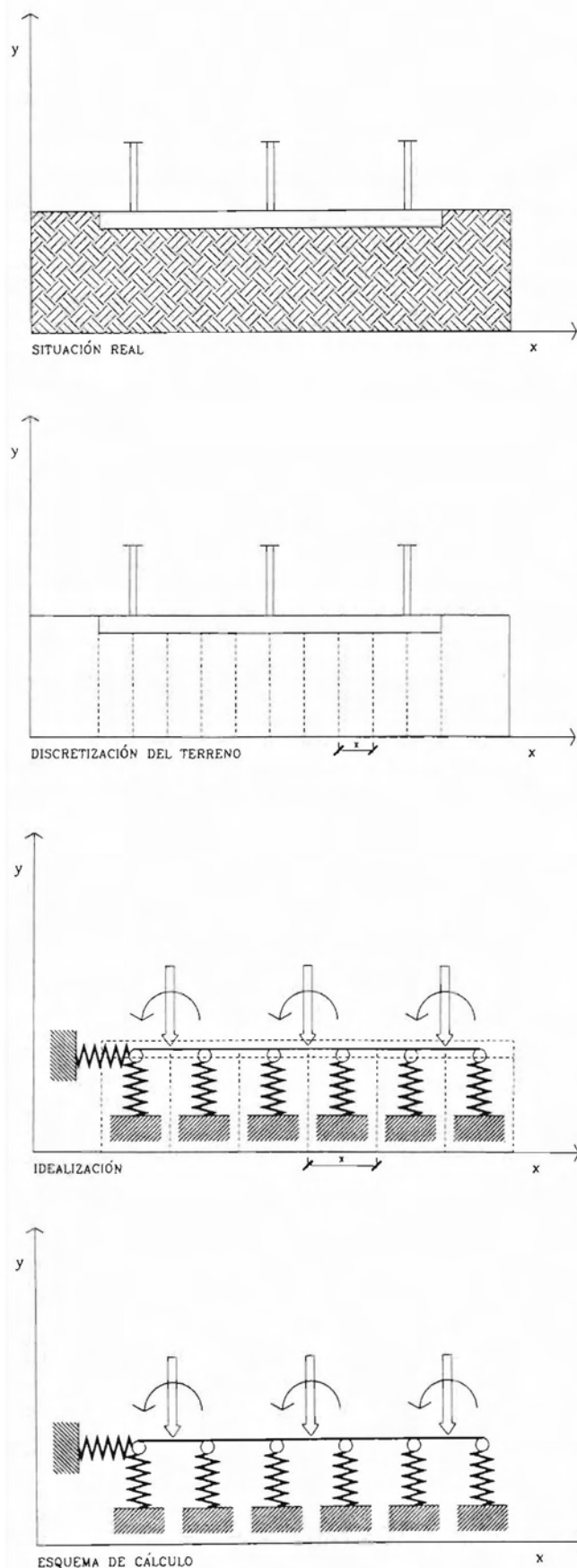
de la deformación por cortante -situación usual en los programas de cálculo-, con los siguientes significados

$E$ : Módulo de Young del material de la barra ficticia que emula el muelle

$A$ : área transversal de la barra ficticia que emula el muelle

$l$ : longitud de la barra ficticia que emula el muelle

Gráfico 2



Para garantizar que la reacción se produce en dirección vertical se debe anular la resistencia a flexión de la barra, esto es,  $\frac{E \cdot I}{l} = 0$ . Si bien la igualdad es imposible de

representar sin alterar la formulación matricial, sin embargo es sencillo conseguir que  $\frac{E \cdot I}{l} \approx 0$ , lo que produce

los mismos efectos prácticos. Para ello basta asignar a la barra un momento de inercia suficientemente reducido. De esta forma se anula la respuesta a flexión de la barra.

Como además en la formulación matricial el cortante es

función de expresiones tipo  $\frac{E \cdot I}{l^2}$  y  $\frac{E \cdot I}{l^3}$ , con lo que el

artificio anterior anula también su efecto. Obviamente se debe tener la precaución de introducir como longitud de estas barras ficticias valores superiores a la unidad.

En estas condiciones, al producirse el asiento  $y_v$  en un punto del cimiento y de acuerdo con la formulación matricial, la reacción de la barra en contacto con ese punto toma el valor

$$-\frac{E \cdot A}{l} y_v$$

valor que debe ser igual a la reacción del suelo producida por cada columna virtual de terreno -evaluada con el método del módulo de balasto-, que para el mismo desplazamiento vertical en ambos casos se expresa como

$$-K_c \cdot b \cdot x$$

donde

$k_c$ : Módulo de balasto del cimiento.

$b$ : ancho del cimiento

$x$ : ancho de la columna virtual de suelo considerada.

Igualando ambas expresiones

$$-\frac{E \cdot A}{l} y_v = -k_c \cdot b \cdot x \cdot y_v$$

Dado que algunos programas admiten exclusivamente un único valor de  $E$  -y, en todo caso, por comodidad- y para facilitar la introducción de datos, suelen prefijarse los valores del módulo de Young  $E$  y la longitud  $l$  de las barras, por lo que resulta un valor para el área de las barras ficticias de

$$A = \frac{k_c \cdot b \cdot x \cdot l}{E}$$

El sistema anterior permite trabajar con anchos de cimiento variables y distintos módulos de balasto -lo que posibilita la emulación de variaciones del terreno bajo el cimiento o la introducción de diversas correcciones al valor del módulo de balasto-.

Interesa, además, que la longitud  $l$  sea de cierta magnitud, al efecto de que aumente la flexibilidad transversal de las piezas. Empero, cuando la flexibilidad transversal es muy elevada es preciso añadir una barra horizontal ficticia para evitar problemas de mal condicionamiento de matrices y errores en los resultados. Esta barra existe realmente -la acción del terreno sobre el borde libre de la pieza de cimentación y el rozamiento cimiento suelo- pero tampoco debe preocupar su introducción, por cuanto realmente las solicitaciones a las que se ve sometida en los casos usuales son de muy reducida magnitud.

Para un cálculo ajustado es importante la adopción de un módulo del balasto del cimiento adecuado, teniendo en cuenta las diversas correcciones que plantea la bibliografía. Entre éstas son de especial interés aquellas correcciones que garantizan cierta continuidad en la deformación del soporte -suelo-, corrigiendo los valores del módulo de balasto en los extremos del cimiento o empleando técnicas de muelles emparejados -'coupled springs'-, de acuerdo con lo expuesto en la norma ACI-336, u otros sistemas -véase [07]-.

### Tipos estructurales y método de análisis

El análisis que se expone en la segunda parte de este artículo ha sido efectuado mediante una serie de cálculos de las estructuras propuestas sobre un programa matricial. Dicho programa permite el control de la exactitud del cálculo mediante el estudio de los desequilibrios finales en los nudos de la estructura -condición inexcusable para garantizar la validez de la idealización analizada-, así como el enlace con programas de CAD que permiten el tratamiento posterior de las leyes de esfuerzos obtenidas [09].

El método de análisis partió del estudio de la repercusión que tiene la modificación del valor de una variable mientras se mantienen constantes los valores de todas las demás. Este sistema da lugar a una serie de familias de resultados comparativos que permiten analizar la distinta repercusión de la modificación efectuada en una serie de casos cruzados, estableciendo asimismo la repercusión porcentual de la variación. Evidentemente nada justifica que no se produzcan interacciones de mayor repercusión cuando se modifican simultáneamente dos variables, pero, a la luz de los resultados obtenidos, ésta ha parecido una aproximación suficiente.

Establecido el método de cálculo y la forma de realizar la idealización del terreno, queda justificar las estructuras analizadas. A tenor de la justificación anterior nos hemos centrado en algunas de las más comunes en la práctica profesional. Se analizaron distintos tipos estructurales, inicialmente muy sencillos, pero que fueron arrojando resultados que por, su discordancia con los obtenidos con los modelos de cálculo actualmente admitidos, llevaron a la consideración de modelos cada vez más complicados.

El análisis de la bibliografía, en la que se ha constatado su exclusión, así como la práctica constructiva usual de Galicia -realidad de fondo en el que se inscribe este estudio- han llevado a las tipologías propuestas en este trabajo, que quizás por ser muy comunes han sido muy poco estudiadas, debido a su falta de singularidad, y que versan sobre situaciones de cimentaciones de tipo superficial, particularmente zapatas.

Así, se ha estudiado previamente una serie de vigas flotantes -correspondientes a una estructura típica de colegio- según modelizaciones conocidas [10], introduciendo las cargas como puntuales en un primer paso, posteriormente considerando el refinamiento de considerarlas repartidas sobre el ancho de los pilares y, por último, introduciendo la superestructura en el modelo. Este tipo estructural se utilizó como comprobación del modelo desarrollado.

Se ha pasado a continuación al estudio de un pórtico metálico de 20 m. de luz apoyado sobre zapatas, que podría ser la estructura de una nave, para analizar el conocido problema de su cimentación a base de zapatas en suelos de no gran calidad.

Posteriormente se afrontó el estudio de las zapatas de medianería, para el que se analizaron dos casos: un pórtico de bajo y 2 plantas altas en el que la carga del cerramiento llegaba hasta el terreno sin afectar a la estructura -caso de que el cerramiento fuese continuo hasta el terreno- y, posteriormente, un pórtico de bajo y 5 plantas, en el que la estructura recibía, además, la carga de cerramiento.

En nuestro caso, por razones de ubicación geográfica, el estudio se ha centrado en el caso de suelos sin cohesión, arenosos, con valores de módulo de balasto en placa circular de diámetro  $D=75$  cm, adoptando valores  $k_{75}=9$  y  $k_{75}=15$  kg/cm<sup>3</sup>, usuales para suelos arenosos pobres o ya con cierta calidad [11], empleándose las fórmulas de correlación correspondientes a las arenas. De todas formas, tal y como se comprobará posteriormente, el valor del módulo de balasto elegido -en el rango usual de valores- no resulta especialmente determinante en el comportamiento del sistema.

Además, en los estudios de pórticos planos sobre zapatas, el cálculo de  $k_c$  se ha realizado independientemente para los distintos elementos de la cimentación diferenciados, si bien éstos se encuentran enlazados por nervios de atado, situación que se ha incluido por considerarla de buena práctica y por el recuerdo de las prescripciones de la PDS.

Para el dimensionado de los elementos -vigas y pilares, zapatas- introducidos en el modelo se ha partido de la experiencia y de tabulaciones publicadas de uso corriente en edificación.

Entre los modelos calculados no se ha incluido ninguno que

incorporase la corrección de muelles emparejados. Si se ha tenido en cuenta, en cambio, la corrección por distancia al borde, si bien entre los resultados que se transcriben no se incluyen éstos dado que significaba un comportamiento más ventajoso en los casos en que se consideró.

Como se ha expresado anteriormente, la rigidez axil de la barra ficticia que emula el terreno se expresa como

$$\frac{E \cdot A}{l} = k_c \cdot b_c \cdot x$$

donde  $x$  es el paso de la discretización. Evidentemente, como según lo anteriormente expuesto, siendo  $x$  constante, resulta que la capacidad de carga del cimiento es muy poco dependiente de su ancho  $b$ , especialmente en el caso de la fórmula propuesta para las arenas sueltas o muy sueltas,

limos y arcillas, en la que  $k_c = k_o \cdot \frac{b_o}{b_c}$ , lo que, sustituido

en la expresión anterior, conduciría a

$$\frac{E \cdot A}{l} = (k_o \cdot \frac{b_o}{b_c}) b_c \cdot x = k_o \cdot b_o \cdot x$$

y a que la capacidad portante del cimiento fuese totalmente independiente de su ancho, lo cual no es obviamente aceptable. En el caso de las formulaciones para arenas densas y para arenas compactas, si bien las consecuencias no son tan radicales, se producen, sin embargo, situaciones curiosas dado que la aplicación de la formulación conduce a que para cimientos de 1,00x1,25 y de 1,00x2,50 les corresponda el mismo módulo de balasto, mientras que la presión de hundimiento es muy diferente en ambos casos.

El estudio de las diversas propuestas elaboradas para la determinación del módulo de balasto permiten contrastar las correcciones por razón de forma de la cimentación que han introducido los diferentes autores. Ya la hipótesis general del método, en pequeñas superficies, distingue la situación entre placa circular y placa cuadrada, estableciendo la relación entre los módulos de balasto de la placa circular y una cuadrada de igual área en relación con su diámetro equivalente, esto es

$$d \cdot k_d = k_c \cdot \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

La relación anterior para el caso de *placas de diámetros normalizados 34 y 75 cm y placa cuadrada de 30 cm de lado*, se convierte en  $34 k_{30} = 75 k_{75}$

Terzaghi [6, pág. 315], propone una expresión para arcillas precomprimidas que tiene en cuenta las dimensiones relativas del cimiento. Esta expresión ha sido adaptada por autores posteriores [11] [12], generalizándola para cualquier ancho de cimiento y expresándola en el sistema internacional de unidades como

$$k_c = k_{30} \frac{2 \cdot \alpha + 1}{3 \cdot \alpha} \frac{b_{30}}{b_c}, \text{ siendo } \alpha = \frac{l_c}{b_c} \text{ (arcillas pre-comprimidas)}$$

expresión válida para una placa cuadrada de 1 pie (30 cm), donde  $l_c$  es la longitud del cimiento y  $b_c$  el ancho de éste.

$$\text{Sowers, 1977 [13]} \quad k_c = k_o \left( \frac{b_o}{b_m} \right)^n \quad 0,5 \leq n \leq 0,7$$

Esta expresión, aplicable a depósitos de arena natural y compactidad relativamente uniforme, introduce una corrección exponencial que parece provenir de diferencias en la carga última encontrada. Ha sido probada con placas de carga de hasta 1,20 m. El autor indica como corrección experimental que, en cimientos rectangulares, *es más exacto emplear el lado del cimiento cuadrado de igual área*. Si se define el coeficiente de forma de la cimentación rectangu-

lar como  $\alpha = \frac{l_c}{b_c}$ , en estas condiciones y teniendo

en cuenta la consideración anterior la fórmula se rescribe como

$$k_c = k_o \left( \frac{b_o}{b_c \cdot \sqrt{\alpha}} \right)^n \quad 0,5 \leq n \leq 0,7$$

Según DE BEER [14] y VOGT [15]:

1. Cimentación Circular de área  $A$  y rigidez suficiente para distribución uniforme de presiones:

$$k_c = 1,392 \frac{E_s}{\sqrt{A}}$$

2. Cimentación Rectangular  $a > b$  y rigidez suficiente para distribución uniforme de presiones:

$$k_c = 1,330 \frac{E_s}{\sqrt[3]{a \cdot b^2}}$$

De acuerdo con el concepto anterior de coeficiente de forma, la fórmula se puede expresar como

$$k_c = 1,330 \frac{E_s}{b \cdot \sqrt[3]{\alpha}}$$

DIMITROV [14]

$$25 k_c = \rho \frac{E_s}{b (1 - \mu^2)},$$

donde  $\rho$  es un *Coeficiente de Forma de la Cimentación Rectangular*, según la Tabla 1.

TABLA 1

a:b	1,00	1,50	2,00	3,00	5,00	10	20	30	50
$\rho$	1,05	0,87	0,78	0,66	0,54	0,45	0,39	0,33	0,30

$$\text{DIN 4019: [14]} \quad k_c = \frac{E_s}{b \cdot f_{(s, \eta)}},$$

donde la función  $f$  depende de las relaciones  $a/b$  y  $z/b$ , donde  $z$  es el espesor de la capa de terreno efectiva. La Tabla 2 recoge los valores propuestos para esta función por Kany [14].



TABLA 2

VALORES DE $f_{(s, o)}$ PROPUESTOS POR KANY							
z:b \ a:b	1,00 0	1,50 0	2,00 0	3,00 0	5,00 0	10,00 0	20,00 0
0,20	0,10 8	0,10 8	0,10 8	0,10 9	0,10 9	0,19	0,19
0,40	0,20 9	0,30 1	0,30 2	0,30 3	0,30 3	0,34	0,34
0,60	0,30 7	0,40 0	0,40 2	0,40 4	0,40 5	0,46	0,46
0,80	0,40 4	0,40 7	0,50 0	0,50 3	0,50 6	0,57	0,57
1,00	0,40 9	0,50 3	0,50 7	0,60 1	0,60 4	0,67	0,67
1,50	0,50 8	0,60 5	0,70 0	0,70 5	0,80 1	0,86	0,87
2,00	0,60 4	0,70 2	0,70 8	0,80 5	0,90 3	1,00	1,03
3,00	0,70 0	0,80 2	0,80 9	0,90 9	1,00 9	1,20	1,25
5,00	0,70 6	0,90 0	1,00 0	1,10 3	1,20 7	1,43	1,54
7,00	0,70 9	0,90 4	1,00 5	1,20 0	1,30 7	1,55	1,68
10,00	0,80 1	0,90 7	1,00 9	1,20 6	1,40 5	1,68	1,85
20,00	0,80 2	0,90 8	1,10 2	1,30 2	1,50 7	1,89	2,12

La propia norma advierte que se tome un valor  $z = 2 \cdot b$  si el espesor efectivo de terreno supera  $2 \cdot b$ .

En el Gráfico 3 se puede visualizar el valor de la corrección propuesta por Kany -nótese que parece haber un error en la primera columna y que los valores propuestos correspondiesen a  $b:z$  en lugar de a  $z:b$ -.

Para poder comparar la corrección por forma que incluyen los valores propuestos por Kany con los propuestos por los otros autores, se dividen los valores de cada fila por el primero de ellos -el que corresponde a un cimiento cuadrado-, entendiendo que los valores de  $f_{(s, o)} = I_p \cdot I_f$  esto es, que el valor resultante es el producto de un coeficiente de empotramiento que depende sólo de la profundidad y de un coeficiente de forma -de valor 1 para la zapata cuadrada-. Estas son las curvas que se representan en el Gráfico 5,

comparativa de los factores correctores por forma propuestos por los distintos autores.

ACI-336.2R-88  
[17]: En *Comentarios*,  $k_c = \frac{E_s}{b (1-\mu^2) I_s \cdot I_F}$ ,

fórmula que se debe a Bowles [16], y que se obtiene poniendo en relación la expresión del módulo con ecuaciones de cálculo de asientos.  $I_s$  representa el Factor de influencia de forma, dependiente de la forma y flexibilidad de la cimentación y que se puede expresar en función de los coeficientes de influencia de Seimbrenner,  $I_1$  e  $I_2$ , como

$$I_s = I_1 + \frac{1-2\mu}{1-\mu} \cdot I_2$$

$I_F$  es el factor de empotramiento por la profundidad, debido

Gráfico 3

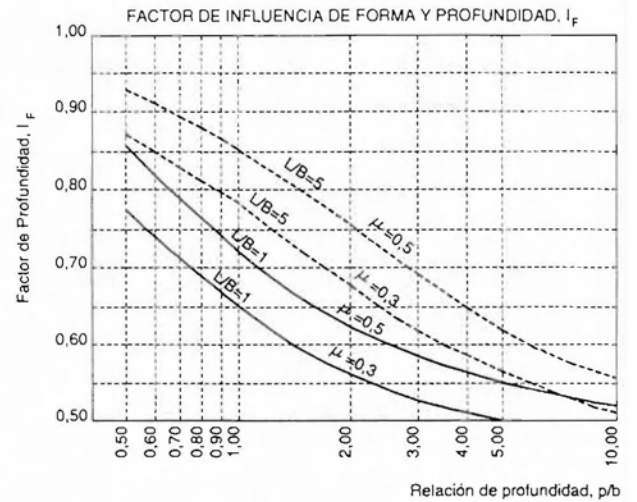
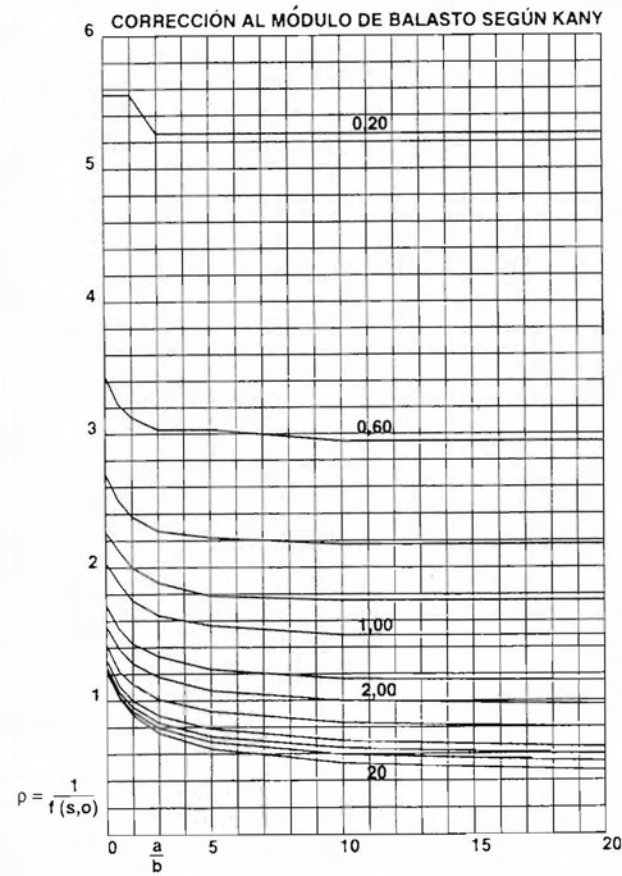
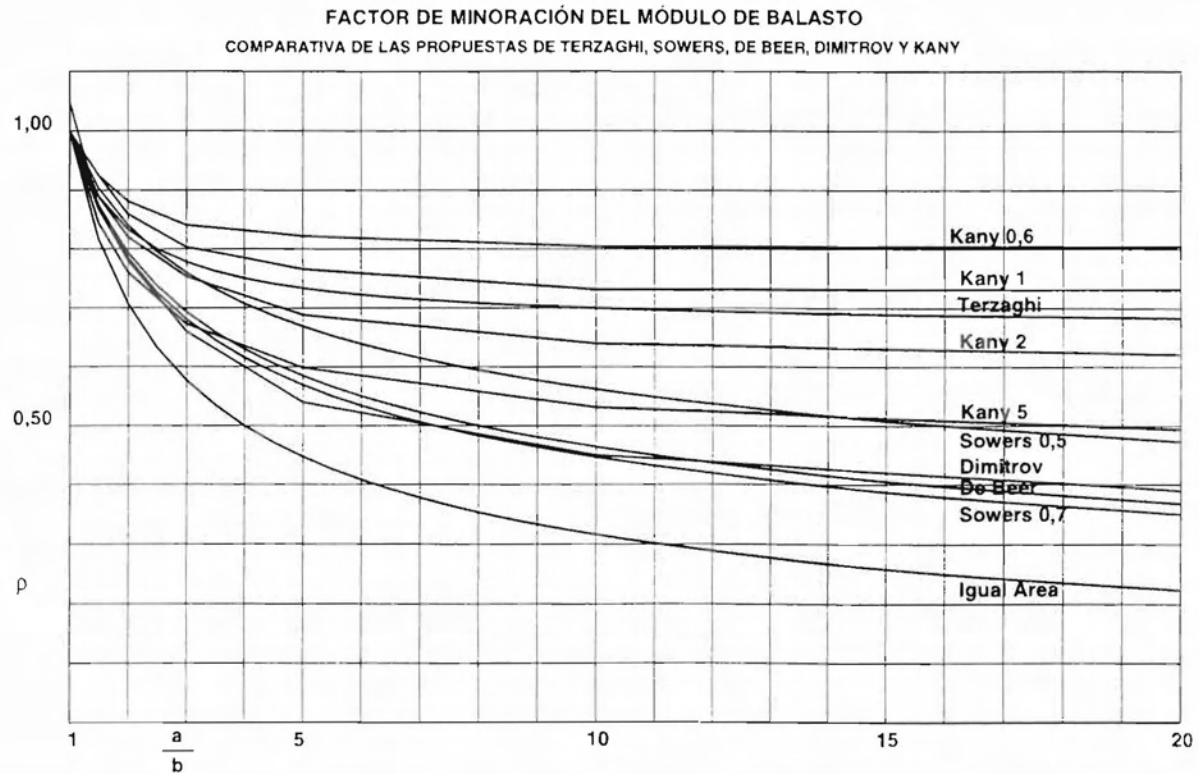


Gráfico 4

Gráfico 5



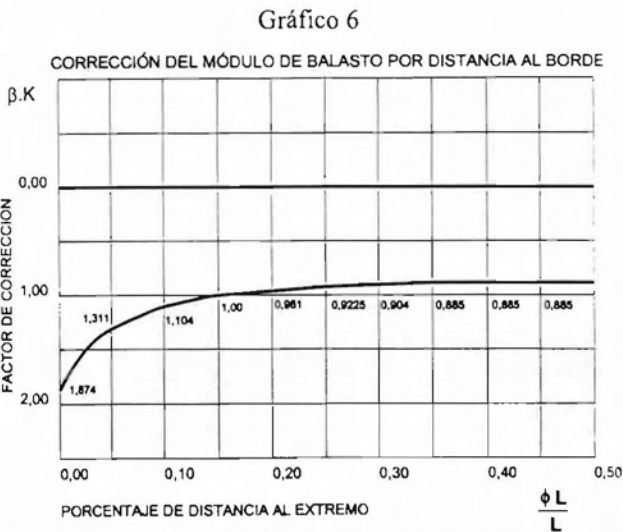
a Fox [17], y variable también en función de la forma y dimensiones de la cimentación. El *Gráfico 4*, tomado de la referencia [18], proporciona una idea clara de la variación del factor  $I_F$ .

El *Gráfico 5* permite comparar el significado los diversos factores de corrección propuestos por los autores.

Como se ve, las correcciones planteadas por los autores tienen un aspecto coherente, aunque sólo las de Sowers, De Beer, Dimitrov y Kany 5 -o superiores- guardan una buena correlación. Pese a esta reflexión, en el estudio desarrollado para las zapatas de medianería se ha utilizado la corrección por *ancho equivalente*,  $b_{eq}$  - ancho de un cimiento cuadrado de igual área-, dado que proporciona una menor capacidad portante para la zapata de medianería y es, por tanto, más exigente con las piezas de atado y centrado

Una justificación filosófica de esta elección se plantea desde el principio físico del empuje de cuerpos sumergidos. Este método es conocido, como es bien sabido, como *de las vigas flotantes*, que está expresando que se considera el cimiento como flotando sobre un líquido. Es sabido que en el caso de los líquidos, el empuje que recibe el cuerpo sumergido es proporcional al volumen de líquido desplazado. En este sentido se justifica la introducción del concepto de *Área Equivalente*.

Asimismo, se ha tenido en cuenta el aumento del Módulo de Balasto por consolidación en los bordes del cimiento. J. Hahn, en la referencia [14], propone unas correcciones al módulo de balasto en función de la posición relativa de la carga y el borde del cimiento, valores que se reflejan en el *Gráfico 6*. Sin embargo, en el estudio de las zapatas de medianería se ha desestimado inicialmente esta corrección dado que el no realizarla da lugar a una situación más desfavorable para el centrado de las cargas. Tampoco la aplicación de esta corrección hace variar demasiado los resultados.



En la segunda parte de este artículo se analizan distintas estructuras de edificación comunes en las que se ha representado el apoyo en el terreno mediante el método del módulo de balasto descrito en las líneas anteriores.

Anejo: estudios de interacción

A.1. Estudios de pórticos planos

Los investigadores han desarrollado una ingente cantidad de trabajo para estudiar el fenómeno de la interacción suelo-estructura en estructuras porticadas planas. A continuación se mencionan algunas de las contribuciones más sobresalientes:

Grasshoff -*Influence of Flexural Rigidity of Superstructure on the Distribution of Contact Pressure and Bending Moments of an Elastic Combined Footing*. Proc. 4th International Conference SMFE, Londres, 1957, Vol. 1, pp. 300-306- estudió los casos extremos de superestructura completamente rígida y flexible, con pilares totalmente empotrados y articulados en la cimentación. La cimentación se estudió como una viga continua sobre un modelo de Winkler, con columnas perfectamente elásticas o plásticas.

Sommer -*A Method for Calculation of Settlements, Contact Pressures and Bending Moments in a Foundation Including the Influence of the Flexural Rigidity of the Superstructure*. Proc. 6th. International Conference SMFE, Montreal, 1965, Vol. II, pp. 197-201.- desarrolló el primer estudio completo del problema general la interacción cimiento-superestructura. Propuso, asimismo, un método para incluir este efecto en el diseño de la cimentación. El análisis que se plantea estudia una viga de cimentación -o cimentación por losa que se considera flectando exclusivamente longitudinalmente- tratándose el suelo como un semiespacio elástico. La cimentación se subdivide en cierto número de elementos iguales que se consideraron soportados en su punto medio por pilares ficticios. Se aplica un desplazamiento unitario a estos pilares ficticios, empleando las condiciones de equilibrio en cada pilar para calcular las reacciones. Al considerar la compresibilidad del suelo, las deformaciones de esos puntos de la superficie del suelo se deducen de las propiedades del suelo. Sustituyendo los valores de asientos calculados en el primer grupo de ecuaciones de equilibrio se determinan las reacciones, que determinan la distribución de la presión de contacto bajo la cimentación.

En este método se consideran conjuntamente cimentación y superestructura, empleándose la compatibilidad de deformaciones de la interfaz cimiento-suelo para resolver el problema.

I. K. Lee y H. B. Harrison en su artículo *Structure foundation interaction theory* -Journal of Structural

Division. ASCE nº 96, pp. 177-198, 1970- desarrollaron dos métodos de estudio del problema de la interacción. En el primero de ellos, se plantean como incógnitas las rotaciones y desplazamientos en los puntos de unión pilares-cimentación. Estas se obtienen del análisis aislado de la superestructura y se igualan con los valores obtenidos considerando la cimentación una viga sobre un terreno tipo Winkler. En el segundo de los métodos, una hipotética distribución de la presión de contacto se modifica interactivamente hasta obtener la congruencia de deformaciones entre superestructura, cimentación y terreno. Este método se encuadra dentro del grupo de los que abordan el problema desde la consideración conjunta de cimentación y superestructura, empleando la compatibilidad de deformaciones de la interfaz cimiento-suelo para resolver el problema.

M. J. Haddadin -*Mats and combined footing analysis by finite element method* Journal of American Concrete Institute, nº 68, pp. 945-949, 1971- propuso una aproximación bidimensional por el método de las subestructuras para un análisis interactivo y lineal de pórticos sobre zapatas combinadas.

I. K. Lee y P. T. Brown en *Structure foundation interaction analysis* -Journal of Structural Division. ASCE nº 98, pp. 1413-1431, 1972- plantearon un cálculo que contemplaba la interacción terreno-estructura de un edificio de estructura porticada de siete plantas y tres vanos, en el cual el terreno era modelizado tanto siguiendo la teoría de Winkler como según el modelo de semiespacio elástico. El pórtico se estudió como plano y con los pilares articulados en cimentación.

G. J. King y V.S. Chandrasekaran *Interactive analysis using a simplified soil model* Proceedings of International Symposium on Soil-Structure Interaction, Roorkee, Vol. 1. pp. 93-100, 1977 estudiaron un pórtico plano cimentado por losa en el cual tanto el pórtico como la viga de cimentación fueron discretizados mediante elementos viga con capacidad de flexión mientras la masa de suelo se representaba con elementos planos rectangulares. Adoptaron un elemento de fricción de espesor nulo para representar el interfaz viga-terreno. De todas formas, este elemento es útil tan sólo en presencia de cargas laterales.

P. T. Brown, *Load sequence and structure foundation interaction* -Journal of Structural Division. ASCE nº 113(3), pp. 481-488, 1986- examinó el efecto de la secuencia constructiva sobre el comportamiento interactivo, y encontró que la rigidez efectiva de un edificio durante su construcción es aproximadamente la mitad de la rigidez de la estructura completa.

J. Noorzarei -*Non linear soil-structure interaction in framed structures*. Ph.D. Thesis, Civil Engineering Department, University of Roorkee, Roorkee, India, 1991-

consideró los aspectos no lineales del subsuelo e investigó completamente su influencia sobre el comportamiento interactivo de las estructuras porticadas.

M. N. Viladkar, P. N. Godbole y J. Noorzarei, *Soil-structure interaction in plane frames using couple finite-infinite elements*. Computers and Structures, nº 39 (5), pp. 535-546, 1991, emplearon una formulación mixta de elementos finitos e infinitos emparejados para subrayar la ventaja del empleo de elementos infinitos en el estudio de problemas de interacción.

J. Noorzarei, M. N. Viladkar y P. N. Godbole, *Non-Linear Soil-Structure Interaction of Plane Frames: A Parametric Study*. Computers and Structures, Vol. 49 (nº 3), pp. 561-566, 1993, calcularon un modelo paramétrico que representa un pórtico de hormigón de 2 vanos y 5 plantas -con tratamiento elástico del material- cimentado con una viga flotante sobre un suelo representado por un modelo hiperbólico con variación lineal con la profundidad. La modelización se realizó mediante elementos Beam Isoparamétricos de 3 Nodos y 3 D.O.F. (G. de L.) por nodo para vigas y pilares del pórtico y para la viga de cimentación, mientras que el terreno se representó con Elementos Finitos Planos Isoparamétricos de 8 Nodos y Elementos Semi-infinitos Isoparamétricos de 6 Nodos emparejados. Entre cimentación y terreno se introdujo un Elemento Interfaz de 3 Nodos. Se estudió la variación de los resultados de acuerdo con el espesor de la viga flotante. Se realizaron gráficas comparativas de los asentos, de la variación de los momentos flectores en el pórtico y en la viga flotante, así como de la variación de la carga axial en pilares, en todos los casos en función de la variación de espesor de la viga flotante. Choca, sin embargo, la ausencia de alguna referencia a un modelo comparativo, que podría ser cualquier modelo de cálculo usual.

J. Noorzarei, M. N. Viladkar y P. N. Godbole *Elasto-plastic analysis for soil-structure interaction in framed structures*. Computers and Structures, nº 55, pp. 797-807, 1995, estudiaron el comportamiento interactivo de las estructuras porticadas cuando el subsuelo se modela como un cuerpo elástico-perfectamente plástico. Se compararon los análisis interactivos de formulación lineal, no lineal -con respuesta del terreno hiperbólica- y el modelo elasto-perfectamente plástico, tomando como referencia el análisis no interactivo convencional. Asimismo, el comportamiento interactivo del conjunto con el suelo como cuerpo elasto-plástico se comparó con modelos de suelo de formulación elástica lineal y elástica no lineal -hiperbólico-. Dentro de los valores de cargas de servicio, el análisis elasto-plástico arroja valores muy semejantes a los deducidos del análisis elástico-lineal, mientras que métodos elásticos no lineales -teóricamente más precisos- arrojan valores muy diferentes. El modelo estudiado se define en el artículo siguiente.

J. Noorzarei, M. N. Viladkar y P. N. Godbole *Influence of*



*strain hardening on soil-structure interaction of framed structures.* Computers and Structures, Vol 55 (nº 5), pp. 789-795, 1995, estudiaron el comportamiento de un pórtico de dos vanos y dos alturas cimentado mediante una viga flotante sobre terreno hiperbólico elasto-plástico. La modelización se realizó mediante elementos Beam Isoparamétricos de 3 Nodos y 3 D.O.F (G. de L.) por nodo para la superestructura y la viga de cimentación, mientras que el terreno se materializó como Elementos Finitos Planos Isoparamétricos de 8 Nodos y Elementos Semi-infinitos Isoparamétricos de 6 Nodos. Los asientos -y en general el comportamiento estructural del modelo- arrojó valores mucho menores de los calculados con modelos de análisis no lineal, incluso de respuesta hiperbólica. La conclusión que se deriva de este artículo es que los antiguos modelos de representación del terreno elástico pueden llegar a ser mucho más ajustados que otros modelos tenidos como más avanzados.

#### A.2. Estudios de pórticos espaciales

Varios autores plantearon estudios sobre la influencia de la interacción entre un pórtico espacial, la cimentación y el terreno en cuanto a la redistribución de los cortantes, flectores, presiones de contacto y asientos diferenciales:

S. J. Hain y I. K. Lee *Rational analysis of raft foundations.* Journal of Geotech. Div. ASCE 100, pp. 843-860, 1974, estudiaron pórticos espaciales de 3x3 (tres por tres) vanos y de 6x3 (seis por tres) vanos usando el método de las subestructuras.

V.S. Chandrasekaran y G. J. King *Interactive analysis of rafted multistoreyed space frame resting on inhomogenous clay stratum* Proceedings of International Conference of Finite Element Method in Engineering. University of New South Wales, pp. 493-509, 1974, elaboraron un modelo físico mediante elementos finitos de un pórtico espacial sobre losa en un estrato de arcilla no homogéneo, reconociendo el hecho de que la rigidez de la superestructura puede ejercer una profunda influencia en la redistribución de esfuerzos y asientos.

D. N. Buragohain y V. L. Shah, *3-D interactive finite element analysis of foundation structures.* Proceedings of International Conference of Computer Applications in Civil Engineering, University of Roorkee, Theme IV, pp. IV-275, 1979, generaron una modelización completa por elementos finitos del sistema formado por un pórtico espacial, una losa de cimentación y el terreno, totalmente tridimensional.

M. N. Viladkar, P. N. Godbole y J. Noorzareh, *Space frame-raft-soil interaction including effects of slab stiffness.* Computers and Structures, nº 43 (1), pp. 93-106, 1992, subrayaron el efecto de la rigidez de la losa sobre el comportamiento de la interacción entre pórtico espacial, losa y terreno.

M. N. Viladkar, G. Ranjan y R. P. Sharma, *Soil-structure interaction in time domain.* Computers and Structures, nº 46(3), pp. 429-442, 1993, estudiaron, asimismo, el problema de la interacción suelo-estructura considerando su faceta temporal, con una formulación de elementos finitos completamente tridimensional. Se analiza tanto el asiento total como el diferencial, así como la distribución de la presión de contacto bajo la cimentación y también los cortantes y flectores en los elementos de la superestructura en función del tiempo.

M. N. Viladkar, J. Noorzareh y P. N. Godbole, *Interactive Analysis of a Space Frame-Raft-Soil System considering soil Non-Linearity.* Computers and Structures, Vol. 51 (nº 4), pp. 343-356, 1994, desarrollaron un modelo tridimensional, que trata de avanzar un paso más en el modelado físico de la estructura, integrando la losa de cimentación dentro del conjunto estructural, y representando el suelo mediante un modelo no lineal -hiperbólico-. El modelo se desarrolló mediante M.E.F., representando la estructura mediante elementos tipo Viga de 3 Nodos y 3 G. de L. por nodo. Para la discretización de las losas de forjado así como para la losa de cimentación se emplearon Elementos Placa Isoparamétricos de 8 Nodos con capacidad de Flexión. El suelo se modelizó mediante Elementos Finitos Isoparamétricos de 16 Nodos -tipo Brick- conjuntamente con Elementos Semi-Infinitos de 8 y 16 Nodos-compatibles con los anteriormente indicados-. Los resultados analizan los asientos -totales y diferenciales- experimentados por la losa, así como la distorsión, la distribución de la presión de contacto, la tabulación de los momentos experimentados por la losa y las vigas, así como la tabulación de los ejes de las columnas. Los resultados se comparan con aquellos arrojados por el Análisis Lineal Interactivo.

#### BIBLIOGRAFÍA

- (1) Winkler, E. *Die Lehre von Elastizität und Festigkeit* (Sobre Elasticidad y Resistencia). Praga, 1867, pp. 182.
- (2) Zimmermann, H. *Die Berechnung des Eisenbahn Oberbaues.* (Cálculo de superestructuras de vías de ferrocarril). Berlín, 1888.
- (3) Terzaghi, Karl, *Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction.* Geotechnique, 1955, Vol. 5, nº 4, pp. 297-326.
- (4) Tomadas de Sopena, L. *Jornadas sobre Problemática Geotécnica en la Edificación. Cimentaciones*, pág. 64 y ss. Lugo, junio 1994.
- (5) Calavera, J. *Estructuras de Cimentación.* INTEMAC, Madrid (2ª Ed.).
- (6) D. Graux, *Fundamentos de Mecánica del Suelo. Proyecto de Muros y Cimentaciones.* Editores Técnicos Asociados, Barcelona, 1975 (2ª Ed.).
- (7) Se puede consultar una exposición sobre el tema en Manuel J. Freire Tellado, *Precisiones para el empleo del método del módulo de balasto en edificación.* Informes de la Construcción, Vol. 51 nº 463, septiembre/octubre 1999.

- (8) Se puede consultar una sencilla exposición del método en el *Capítulo V. Elementos estructurales especiales*, por Manuel J. Freire Tellado, del libro Pérez Valcárcel et alli, *Estructuras de Hormigón Armado*, Tórculo Artes Gráficas, Santiago, 1.993
- (9) Martín Gutiérrez et alli; *Análisis Matricial de Sistemas Estructurales Planos. Programa X7*. Departamento de Tecnología de la Construcción de la Universidad de La Coruña-Tórculo Artes Gráficas, Santiago, 1997
- (10) Sáez-Benito Espada, J.M.; *Cálculo Matricial de Estructuras formadas por piezas prismáticas*. Fondo Editorial de Ingeniería Naval. Madrid, 1975.
- (11) Calavera, *op. cit.*, pág. 342 y 343.
- (12) D. Graux, *Fundamentos de Mecánica del Suelo. Proyecto de Muros y Cimentaciones*. Editores Técnicos Asociados, Barcelona, 1975 (2ª Ed.)
- (13) Sowers, G.F. *Foundation Modulus for a Mat on Sand*. Preprint n° 2937. American Society of Civil Engineers, Oct 17-21. New York, 1977.
- (14) Tomado de J. Hann, *Vigas Continuas, Pórticos, Placas y Vigas Flotantes sobre Terreno Elástico*. Editorial Gustavo Gili, 3ª Ed. págs. 334 y ss.
- (15) Tomado de Jiménez Salas, *Geotecnia y Cimientos III*. Capítulo I. Editorial Rueda. Madrid, 1980 (2ª Ed.)
- (16) Bowles, J.E. *Analytical and Computer Methods in Foundation Engineering*. McGraw-Hill Book Co., New York, 1974, pp
- (17) Fox, E.N. *The Mean Elastic Settlement of Uniformly Loaded Area at a Depth Below the Ground Surface*. 2º ICSMFE, 1948, vol. 1, pp 129-132
- (18) Bowles, J.E.; *Foundation Analysis and Design*. 4th. Edition. McGraw-Hill, 1988.
- \* \* \*